(2)線形ばね要素を使用する際の注意事項

図 4-3-2 に示すような、全体座標系 X 軸から $\alpha°$ 傾いた線形ばねを FLIP の線形ばね要素でモデル化することは、以下のとおり、一般にはできないので、注意が必要である。

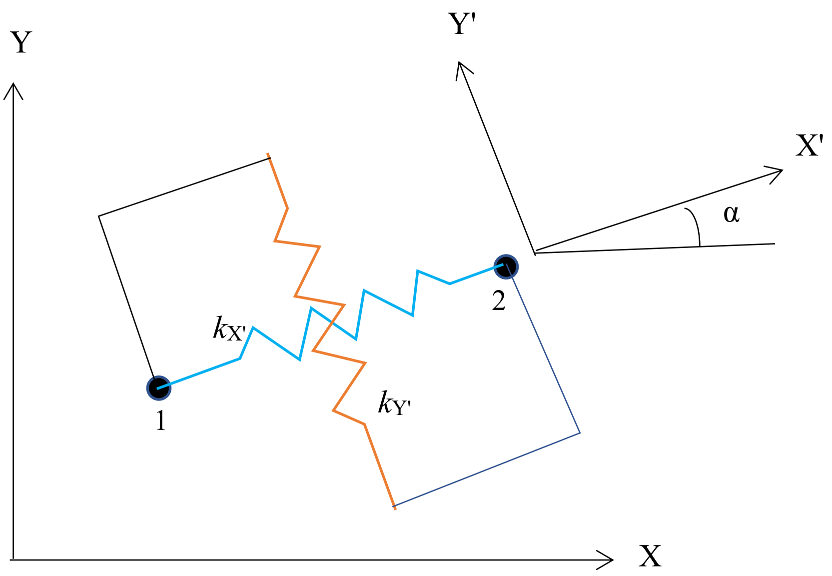

図 4-3-2　斜めの線形ばね（回転成分は見ない）

$\alpha°$ 傾いた X'-Y'系（局所座標形）におけるはり要素の節点変位を $\mathbf{U}'$，はり要素の節点力を $\mathbf{F}'$ とする。ここに、

$$\mathbf{U}'^{\mathrm{T}} = \left\{U_{X'}^{1}, U_{Y'}^{1}, U_{X'}^{2}, U_{Y'}^{2}\right\} \tag{1}$$

$$\mathbf{F}'^{\mathrm{T}} = \left\{F_{X'}^{1}, F_{Y'}^{1}, F_{X'}^{2}, F_{Y'}^{2}\right\} \tag{2}$$

局所座標系では、軸方向ばねとせん断方向ばねが独立であるような以下の関係が成り立つとする。

$$\mathbf{F}' = \mathbf{K}'\mathbf{U}' \tag{3}$$

ただし、

$$\mathbf{K}' = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{K}}' & -\bar{\mathbf{K}}' \\ -\bar{\mathbf{K}}' & \bar{\mathbf{K}}' \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{K}}' = \begin{bmatrix} k_{X'} & 0 \\ 0 & k_{Y'} \end{bmatrix} \tag{4}$$

はり要素の節点変位 $\mathbf{U}'$，はり要素の節点力 $\mathbf{F}'$ の成分を X-Y 系（全体座標系）に変換して得られた節点変位を $\mathbf{U}$、はり要素の節点力を $\mathbf{F}$ とする。これらの局所系と全体系の間の変換は、次のようになる。

$$\mathbf{U}=\begin{pmatrix}\mathbf{U}^1\\ \mathbf{U}^2\end{pmatrix}=\begin{bmatrix}\mathbf{T} & 0\\ 0 & \mathbf{T}\end{bmatrix}\begin{pmatrix}\mathbf{U}'^1\\ \mathbf{U}'^2\end{pmatrix}=\mathbf{QU}' \tag{5}$$

$$\mathbf{F}=\begin{pmatrix}\mathbf{F}^1\\ \mathbf{F}^2\end{pmatrix}=\begin{bmatrix}\mathbf{T} & 0\\ 0 & \mathbf{T}\end{bmatrix}\begin{pmatrix}\mathbf{F}'^1\\ \mathbf{F}'^2\end{pmatrix}=\mathbf{QF}' \tag{6}$$

なお、

$$\mathbf{Q}=\begin{bmatrix}\mathbf{T} & 0\\ 0 & \mathbf{T}\end{bmatrix},\quad \mathbf{T}=\begin{bmatrix}\cos\alpha & -\sin\alpha\\ \sin\alpha & \cos\alpha\end{bmatrix} \tag{7}$$

従って、式(3)は以下のように変換される。

$$\mathbf{F}=\mathbf{QK}'\mathbf{Q}^{\mathrm{T}}\mathbf{U}=\mathbf{KU} \tag{8}$$

なお、

$$\mathbf{K}=\mathbf{QK}'\mathbf{Q}^{\mathrm{T}}=\begin{bmatrix}\mathbf{T} & 0\\ 0 & \mathbf{T}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\bar{\mathbf{K}}' & -\bar{\mathbf{K}}'\\ -\bar{\mathbf{K}}' & \bar{\mathbf{K}}'\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{T}^{\mathrm{T}} & 0\\ 0 & \mathbf{T}^{\mathrm{T}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\mathbf{T}\bar{\mathbf{K}}'\mathbf{T}^{T} & -\mathbf{T}\bar{\mathbf{K}}'\mathbf{T}^{T}\\ -\mathbf{T}\bar{\mathbf{K}}'\mathbf{T}^{T} & \mathbf{T}\bar{\mathbf{K}}'\mathbf{T}^{T}\end{bmatrix} \tag{9}$$

ここに、

$$\mathbf{T}\bar{\mathbf{K}}'\mathbf{T}^{T}=\begin{bmatrix}k_{X'}\cos^2\alpha+k_{Y'}\sin^2\alpha & k_{X'}\cos\alpha\sin\alpha-k_{Y'}\cos\alpha\sin\alpha\\ k_{X'}\cos\alpha\sin\alpha-k_{Y'}\cos\alpha\sin\alpha & k_{X'}\sin^2\alpha+k_{Y'}\cos^2\alpha\end{bmatrix} \tag{10}$$

よって、線形ばねの力－変位関係は、全体座標系で見ると、軸方向成分とせん断方向成分が連成するようになる。FLIP の線形ばね要素は、このような連成項を指定する機能がないので、斜めに置かれた線形ばねを表現することが出来ない。斜めにおかれた線形ばねを表現するためには、非線形ばね要素を、ユーザー定義を利用するなどして、線形挙動をするように設定した上で、使用することができるものと思われる。

なお、等方的な線形ばね要素の条件、すなわち、

$$k_{X'}=k_{Y'}=k \tag{11}$$

の場合には、式(10)は以下に還元される。

$$\mathbf{T}\bar{\mathbf{K}}'\mathbf{T}^{T}=\begin{bmatrix}k & 0\\ 0 & k\end{bmatrix} \tag{12}$$

よって、この場合には、ばね定数 k なる任意方向の線形バネ要素は、FLIP の線形ばね要素において、ばね定数を $k_{X'}=k_{Y'}=k$ と指定することにより、表現される。